



**Федеральное агентство морского и речного транспорта**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Государственный университет морского и речного флота  
имени адмирала С.О. Макарова»**

---

УТВЕРЖДАЮ

Директор департамента высшего  
образования


М.Н. Савельева

29.05. 2026

**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
«Элементарная математика»**

для поступающих на обучение по образовательным программам  
высшего образования — программам бакалавриата и программам специалитета

Санкт-Петербург  
2026

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 2 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

Программа вступительного испытания «Элементарная математика» разработана с учётом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта основного общего образования и утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 7 от 21.05.2026).

## I. Методические указания к программе вступительного экзамена

Цель программы вступительного испытания по элементарной математике заключается в регламентации порядка его проведения, определении содержания проверяемых разделов, уровней сложности заданий, а также критериев оценки знаний поступающих.

Целью вступительного испытания является проверка готовности поступающего освоить основную образовательную программу.


Поступающий на программу бакалавриата/специалитета должен:

### ***знать/понимать:***

- теоретические основы арифметики;
- теоретические основы элементарной алгебры;
- теоретические основы элементарной геометрии;
- основные понятия и факты начала математического анализа;
- основные понятия и факты теории вероятностей;

### ***уметь:***

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- проводить тождественные преобразования алгебраических выражений и выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; находить точки пересечения графиков функций аналитическим и графическим способами;
- исследовать поведение функции с помощью производной;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним;
- решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени;
- решать уравнения, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;


	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 3 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

- решать неравенства, содержащие степенные, показательные и логарифмические функции;
  - изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости;
  - определять координаты вектора и его модуль;
  - находить вектор суммы и вектор разности, произведение вектора на число;
  - вычислять скалярное произведение векторов по определению и через их координаты;
  - вычислять угол между векторами
  - вычислять площади и объемы геометрических объектов;
  - решать простейшие задачи по теории вероятностей;
- владеть:**
- методами решения дробно-рациональных, иррациональных, тригонометрических уравнений;
  - технологией решения дробно-рациональных и иррациональных неравенств, в том числе с применением метода интервалов;
  - приемами вычисления без калькулятора;
  - техникой дифференцирования.

## II. Содержание программы вступительного испытания

### Тема 1. Арифметика и алгебра


1. Множество действительных чисел: натуральные, целые, рациональные, иррациональные. Противоположные числа, взаимно обратные числа.
2. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Свойства сложения: переместительное, сочетательное и распределительное.
3. Числовая прямая (координатная прямая). Изображение действительных чисел на числовой оси, координата точки. Числовые промежутки: изображение на координатной прямой, обозначения, запись с помощью неравенств. Расстояние между двумя точками координатной прямой. Модуль действительного числа: определение, геометрический смысл, основные свойства.
4. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Пропорция. Свойства пропорции. Проценты. Правило округления чисел.
5. Степень с натуральным показателем. Арифметический корень и его свойства. Корни  $n$ -ой степени. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Свойства корней. Действия со степенями и корнями.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 4 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

6. Определение логарифма. Логарифм произведения, степени, частного. Формулы перехода к новому основанию. Основное логарифмическое тождество.
7. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Область допустимых значений выражения.
8. Одночлены и многочлены, действия над ними. Формулы сокращенного умножения.
9. Формула корней квадратного уравнения. Прямая и обратная теоремы Виета. Свойства коэффициентов квадратного уравнения  $a \pm b + c = 0$ .
10. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители, в том числе с выделением полного квадрата.
11. Уравнение. Область допустимых значений уравнения. Корни уравнения.
12. Неравенства с переменной. Область допустимых значений неравенства. Метод интервалов для решения неравенства.
13. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Возрастание и убывание функции. Четность. Нечетность. Периодичность. График функции.
14. Элементарные функции: определение, свойства, графики основных элементарных функций. Степенная функция  $y = x^n$ , линейная  $y = kx + d$ , квадратичная  $y = ax^2 + bx + c$ , обратная пропорциональная зависимость  $y = k/x$ ; показательная функция  $y = a^x$ ; логарифмическая функция  $y = \log_a x$ .
15. Градусная и радианная меры произвольного угла. Числовая окружность. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента на единичной окружности.
16. Тригонометрические функции  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики. Вычисление значений тригонометрических функций. Понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа.
17. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
18. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Формулы приведения. Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени.
19. Решение тригонометрических уравнений  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ .

## Тема 2. Начала математического анализа

1. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смыслы.
2. Уравнение касательной к графику функции.
3. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 5 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	


4. Производные основных элементарных функций.
5. Исследование функции на монотонность и экстремумы с помощью производной.
6. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

### Тема 3. Геометрия

1. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.
2. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников. Формулы вычисления площади треугольника.
3. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$ .
4. Окружность и треугольники: вписанная и описанная. Прямоугольный треугольник, вписанный в окружность.
5. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
6. Окружность и четырехугольники: вписанная и описанная.
7. Формулы площади прямоугольника, ромба, квадрата.
8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
9. Многогранники: призма, пирамида и их элементы.
10. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
11. Формула объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.
12. Вектор, его координаты и модуль. Радиус-вектор точки. Действия над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение в геометрической и координатной формах. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы.

### Тема 4. Основные понятия теории вероятностей

1. Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события.
2. Классическое определение вероятности случайного события.
3. Условная вероятность.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 6 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

4. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей


### III. Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания

Вступительное испытание по элементарной математике проводится в письменной форме. Тест вступительного испытания состоит из двух частей, содержащих 12 заданий. Первая часть содержит 10 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, вторая часть — 2 задания с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Демонстрационная версия вступительного испытания приведена в Приложении. Она содержит конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции теста. Назначение демонстрационной версии заключается в том, чтобы дать возможность поступающему составить полное представление о структуре вступительного испытания, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот тест, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Продолжительность вступительного испытания 1 академический час (45 минут).

### IV. Распределение заданий вступительного испытания по темам

Часть работы	Тема	№ задания	Количество баллов
Часть 1	Геометрия	1	7
Часть 1	Геометрия	2	7
Часть 1	Геометрия	3	7
Часть 1	Основные понятия теории вероятностей	4	7
Часть 1	Арифметика и алгебра	5	7

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 7 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

Часть 1	Арифметика и алгебра	6	7
Часть 1	Арифметика и алгебра	7	7
Часть 1	Арифметика и алгебра	8	7
Часть 1	Арифметика и алгебра	9	7
Часть 1	Арифметика и алгебра.	10	7
Часть 2	Арифметика и алгебра	11	15
Часть 2	Арифметика и алгебра	12	15

## У. Рекомендуемая литература


### Основная литература

1. Совертков, П. И. Справочник по элементарной математике : учебное пособие / П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 404 с. — ISBN 978-5-8114-4132-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/206390> (дата обращения: 22.05.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Булдык, Г. М. Математика / Г. М. Булдык. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 156 с. — ISBN 978-5-507-48578-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/356150> (дата обращения: 22.05.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей : учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 362 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15601-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511283> (дата обращения: 22.05.2026).

4. Старостина, С. А. Элементарная математика: алгебра и начала анализа: учебное пособие / С. А. Старостина, Н.М. Гулевич, М.В. Сухотерин. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2023. — 100с.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 8 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

### Дополнительная литература

1. Лебедева, В. М. Справочник по элементарной математике / В. М. Лебедева. — 3-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2015. — 32с. <https://edu.gumrf.ru/elektronnaya-biblioteka-metodicheskikh-materialov/elektronnaya-biblioteka/Л/Лебедева%20В.М.%20Справочник%20по%20элементарной%20математике.pdf>

2. Гусев, В. А. Геометрия : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 280 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08897-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517007> (дата обращения: 22.05.2026).

3. Далингер, В. А. Математика: логарифмические уравнения и неравенства : учебник для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 176 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-05316-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/563392> (дата обращения: 22.05.2026).



ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Программа вступительного испытания  
«Элементарная математика»

Направление подготовки бакалавриат, специалитет

Стр. 9 из 15

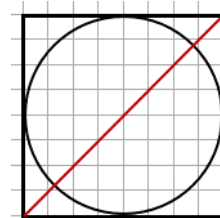
**ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
«Элементарная математика»**

(Приложение к программе вступительного испытания)

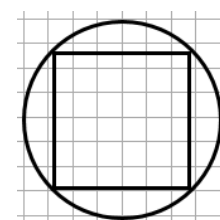
**Тест вступительного испытания****Часть-1**

1.

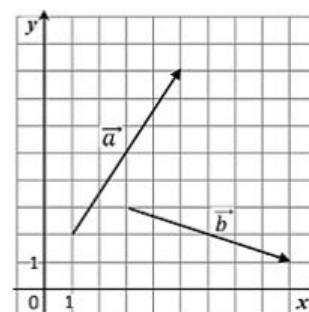
Площадь круга, вписанного в квадрат, равна  $32\pi$ .  
Найдите диагональ квадрата.

Ответ: 16**ИЛИ**

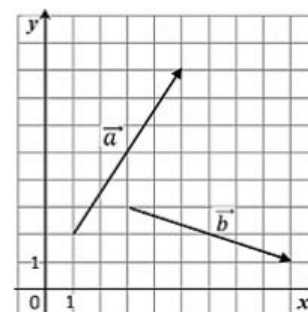
Площадь квадрата, вписанного в окружность, равна 338.  
Найдите радиус описанной около квадрата окружности.

Ответ: 13

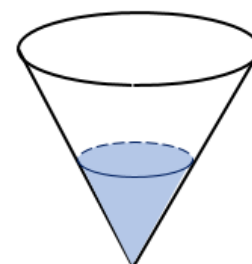
2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , координатами которых являются целые числа.  
Найдите их скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: 12**ИЛИ**

На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , координатами которых являются целые числа.  
Найдите длину вектора  $\vec{a} + 3\vec{b}$

Ответ: 22

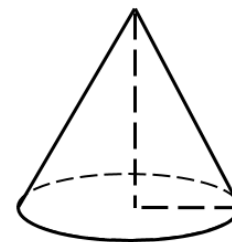
3. В сосуд, имеющий форму конуса, налили 25 мл жидкости до половины высоты сосуда (см. рис.). Сколько миллилитров жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?

Ответ: 175



## ИЛИ

Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высота уменьшится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?



Ответ: 3

4. Из ящика, где хранятся 7 жёлтых и 14 зелёных карандашей, не глядя достали два карандаша. Известно, что первый карандаш оказался зелёным. Найдите вероятность того, что второй карандаш тоже оказался зелёным.

Ответ: 0,65

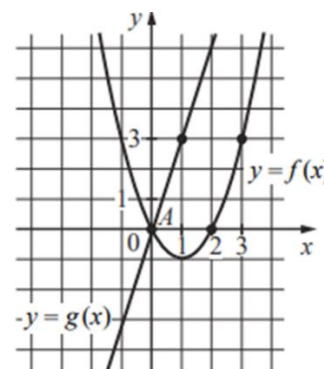
5. Решите уравнение  $5^{\frac{x-1}{x+3}} = 1$ .

Ответ: 1

6. Преобразуйте выражение  $\frac{(\sqrt{m}-1)(\sqrt{m}+1)}{(\sqrt{m}-2)^2 - 2(1-2\sqrt{m})}$  и найдите его значение при  $m = 3$ .

Ответ: 0,4

7. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = x^2 - 2x$ , и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите ординату точки  $B$ .



Ответ: 15

8. Найдите значение выражения  $\log_2 \left( \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} \right)$ .

Ответ. -0,5

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $\log_{12} \left( 7\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \right)$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{7}$ .

Ответ.     0    

9. Найдите натуральное решение неравенства  $\frac{\sqrt{x+1}}{5x-8} \leq \cos \frac{\pi}{2}$

Ответ.     1    

10. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 295$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе такой же тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза  $v$  (м/с) и изменяется по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \text{ (Гц)},$$

где  $c=300$  м/с — скорость звука. Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз. Ответ выразите в м/с.

Ответ.     5    

**-----Часть-2-----**


11. а) Описывая алгебраический метод определения координат точек пересечения линий, заданных уравнениями  $x - y = -1$  и  $y = -x^2 + 2x + 3$ , найдите их.

б) Опишите построение прямой  $x - y = -1$  и параболы  $y = -x^2 + 2x + 3$ . Определите направление ветвей параболы, координаты её вершины и точки пересечения с осями координат. Изобразите прямую и параболу в одной системе координат.

Ответ: а) (- 1;0), (2;3)

б) (1;4), (- 1;0) и (3;0), (0;3).

12. Смотритель маяка и его помощник красят стены маяка за 12 часов. Помощник и местный рыбак справляются с покраской за 14 часов, а рыбак и смотритель —

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 13 из 15
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

за 28 часов. За сколько часов стены маяка будут покрашены, если они станут работать втроем? Запишите решение с пояснениями и ответ.

**Ответ:** 10,5 часов

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части 2**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть оформлено математически грамотно, с полным и последовательным обоснованием каждого шага рассуждения, ведущего к ответу; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Выставляется **0 баллов** за правильный ответ при отсутствии математически корректного обоснованного решения, или решения, состоящего из фрагментарных записей, несвязанных между собой рассуждений, а также за предположительно сгенерированное решение.

При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

#### 11. Решение.

**а)** Составим систему, состоящую из уравнений, которыми заданы линии. Решение системы — координаты точек пересечения их графиков.

$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3, \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3, \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x + 3 = x + 1, \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0, \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 2 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = 0; \\ x = 2, \\ y = 3. \end{cases}$$

Точки пересечения графиков функций:  $(-1; 0)$ ,  $(2; 3)$ .

**б)** Прямую  $x - y = -1$  построим по двум точкам — точкам пересечения.



Для построения параболы  $y = -x^2 + 2x + 3$  достаточно три точки: вершина и две точки пересечения, найденные в пункте **а**).

Ветви параболы направлены вниз —  $a = -1$ .

**Вершина параболы** — точка с координатами  $(x_B; y_B)$ , где  $x_B = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = 1$ ;

$$y_B = y(x_B) = y(1) = -1 + 2 + 3 = 4.$$

Таким образом, точка  $(1; 4)$  — вершина параболы.

**Точки пересечения параболы с осями координат**

с осью  $OX$ :  $y(x) = 0$ .

$$-x^2 + 2x + 3 = 0; \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1, \text{ так как } (-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 \equiv 0.$$

По теореме Виета  $x_1 \cdot x_2 = -3 \Rightarrow x_2 = 3$

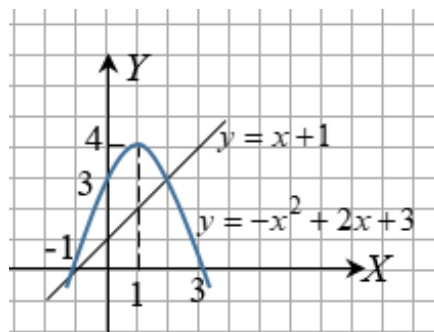
$$(-1; 0) \text{ и } (3; 0)$$

с осью  $OY$ :  $x = 0$ .

$$y(0) = -0^2 + 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$(0; 3)$$

Прямую и параболу изобразим на рисунке.



**Рис.** Прямая  $x - y = -1$  и парабола  $y = -x^2 + 2x + 3$

Ответ: а)  $(-1; 0), (2; 3)$   
б)  $(1; 4), (-1; 0)$  и  $(3; 0), (0; 3)$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно найден верный ответ в пункте <b>а</b> ); верно описано построение линий и выполнено их построение, <b>обоснованно</b> найдены точки в пункте <b>б</b> ).	15
Обоснованно получен верный ответ в пункте <b>а</b> ) и <b>обоснованно</b> найдены точки в пункте <b>б</b> ).	10



ИЛИ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов построения.	
В пункте <b>а)</b> найдены только абсциссы точек пересечения; в пункте <b>б)</b> правильно выполнены построения.	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	15

**12. Решение.** Найдем совместную производительность пар:

$$V((C + П) + (П + P) + (P + C)) = 2V(C + П + P) = \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = \frac{4}{21} \text{ (ед/ч)}.$$

Тогда производительность троих работников составит  $V(C + П + P) = \frac{2}{21}$  (ед/ч).

Время, за которое они покрасят стены маяка равно  $\frac{21}{2} = 10,5$  часов.

Допускается другая последовательность действий и рассуждений, обоснованно приводящая к верному ответу.

**Ответ:** 10,5 часов.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	15
Получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	10
Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, но решение не доведено до ответа	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	15