Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»**

УТВЕРЖДАЮ
Директор департамента высшего образования
_____ М.Н. Савельева
29.05. 2026

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Математика»

для поступающих на обучение по образовательным программам
высшего образования — программам бакалавриата и программам специалитета

Санкт-Петербург
2026

Программа вступительного испытания «Математика» разработана с учётом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта основного общего образования и утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 7 от 21.05.2026).

I. Методические указания к программе вступительного экзамена

Цель программы вступительного испытания по математике заключается в регламентации порядка его проведения, определении содержания проверяемых разделов, уровней сложности заданий, а также критериев оценки знаний поступающих.

Целью вступительного испытания является проверка готовности поступающего освоить основную образовательную программу.

Поступающий на программу бакалавриата/специалитета должен:

знать/понимать:

- теоретические основы арифметики;
- теоретические основы элементарной алгебры;
- теоретические основы элементарной геометрии;
- основные понятия и факты начала математического анализа;
- основные понятия и факты теории вероятностей;

уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- проводить тождественные преобразования алгебраических выражений и выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; находить точки пересечения графиков функций аналитическим и графическим способами;
- исследовать поведение функции с помощью производной;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним;
- решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени;
- решать уравнения, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

- решать неравенства, содержащие степенные, показательные и логарифмические функции;
- изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости;
- определять координаты вектора и его модуль;
- находить вектор суммы и вектор разности, произведение вектора на число;
- вычислять скалярное произведение векторов по определению и через их координаты;
- вычислять угол между векторами;
- вычислять площади и объемы геометрических объектов;
- решать простейшие задачи по теории вероятностей;

***владеть**:*

- методами решения дробно-рациональных, иррациональных, тригонометрических уравнений;
- технологией решения дробно-рациональных и иррациональных неравенств, в том числе с применением метода интервалов;
- приемами вычисления без калькулятора;
- техникой дифференцирования.

II. Содержание программы вступительного испытания

Тема 1. Арифметика и алгебра

1. Множество действительных чисел: натуральные, целые, рациональные, иррациональные. Противоположные числа, взаимно обратные числа.
2. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Свойства сложения: переместительное, сочетательное и распределительное.
3. Числовая прямая (координатная прямая). Изображение действительных чисел на числовой оси, координата точки. Числовые промежутки: изображение на координатной прямой, обозначения, запись с помощью неравенств. Расстояние между двумя точками координатной прямой. Модуль действительного числа: определение, геометрический смысл, основные свойства.
4. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Пропорция. Свойства пропорции. Проценты. Правило округления чисел.
5. Степень с натуральным показателем. Арифметический корень и его свойства. Корни n-ой степени. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Действия со степенями.

6. Определение логарифма. Логарифм произведения, степени, частного. Формулы перехода к новому основанию. Основное логарифмическое тождество.
7. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Область допустимых значений выражения.
8. Одночлены и многочлены, действия над ними. Формулы сокращенного умножения.
9. Формула корней квадратного уравнения. Прямая и обратная теоремы Виета. Свойства коэффициентов квадратного уравнения $a \pm b + c = 0$.
10. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители, в том числе с выделением полного квадрата.
11. Уравнение. Область допустимых значений уравнения. Корни уравнения.
12. Неравенства с переменной. Область допустимых значений неравенства. Метод интервалов для решения неравенства.
13. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Возрастание и убывание функции. Четность. Нечетность. Периодичность. График функции.
14. Элементарные функции: определение, свойства, графики основных элементарных функций. Степенная функция $y = x^n$, линейная $y = ax + b$, квадратичная $y = ax^2 + bx + c$, обратная пропорциональная зависимость $y=k/x$; показательная функция $y = a^x$; логарифмическая функция $y = \log_a x$.
15. Градусная и радианная меры произвольного угла. Числовая окружность. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента на единичной окружности.
16. Вычисление значений тригонометрических функций. Тригонометрические функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа.
17. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
18. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Формулы приведения. Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени.
19. Решение тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

Тема 2. Начала математического анализа

1. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смыслы.
2. Уравнение касательной к графику функции.
3. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции.

4. Производные основных элементарных функций.
5. Исследование функции на монотонность и экстремумы с помощью производной.
6. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Тема 3. Геометрия

1. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.
2. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников. Формулы вычисления площади треугольника.
3. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов 30°, 45° и 60°.
4. Окружность и треугольники: вписанная и описанная. Прямоугольный треугольник, вписанный в окружность.
5. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
6. Окружность и четырехугольники: вписанная и описанная.
7. Формулы площади прямоугольника, ромба, квадрата.
8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
9. Многогранники: призма, пирамида и их элементы.
10. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
11. Формула объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.
12. Вектор, его координаты и модуль. Радиус-вектор точки. Действия над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение в геометрической и координатной формах. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы.

Тема 4. Основные понятия теории вероятностей

1. Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события.
2. Классическое определение вероятности случайного события.
3. Условная вероятность.

4. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей

III. Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания

Вступительное испытание по математике проводятся в письменной форме. Тест вступительного испытания состоит из двух частей, содержащих 12 заданий. Первая часть содержит 10 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, вторая часть — 2 задания с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Демонстрационная версия вступительного испытания приведена в Приложении. Она содержит конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции теста. Назначение демонстрационной версии заключается в том, чтобы дать возможность поступающему составить полное представление о структуре вступительного испытания, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот тест, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Продолжительность вступительного испытания 1 академический час (45 минут).

IV. Распределение заданий вступительного испытания по темам

Часть работы	Тема	№ задания	Количество баллов
Часть 1	Геометрия	1	7
Часть 1	Геометрия	2	
Часть 1	Геометрия	3	
Часть 1	Основные понятия теории вероятностей	4	
Часть 1	Арифметика и алгебра	5	

Часть 1	Арифметика и алгебра	6	
Часть 1	Арифметика и алгебра	7	
Часть 1	Арифметика и алгебра	8	
Часть 1	Арифметика и алгебра	9	
Часть 1	Арифметика и алгебра		
Часть 2	Арифметика и алгебра.		
Часть 2	Арифметика и алгебра	12	

V. Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Прокофьев, А. А. Математика. Профильный уровень. Единый государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации : учебное пособие / А. А. Прокофьев, Т. В. Соколова. — эл. изд. — Москва : , 2025. — 251 с. — ISBN 978-5-907750-89-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/490925 (дата обращения: 22.05.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Совертков, П. И. Справочник по элементарной математике : учебное пособие / П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 404 с. — ISBN 978-5-8114-4132-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/206390 (дата обращения: 22.05.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Старостина, С. А. Элементарная математика: алгебра и начала анализа: учебное пособие / С. А. Старостина, Н.М. Гулевич, М.В. Сухотерин. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2023. — 100с.

Дополнительная литература

1. Лебедева, В. М. Справочник по элементарной математике / В. М. Лебедева. — 3-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2015. — 32с. https://edu.gumrf.ru/elektronnaya-biblioteka-metodicheskikh-materialov/elektronnaya-

biblioteka/Л/Лебедева%20В.М.%20Справочник%20по%20элементарной%20математике.pdf

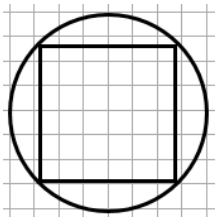
2. Далингер, В. А. Математика: логарифмические уравнения и неравенства : учебник для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 176 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-05316-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563392 (дата обращения: 22.05.2026).

ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Математика»
(Приложение к программе вступительного испытания)

Тест вступительного испытания

----------Часть-1----------

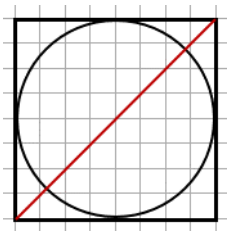
1. Радиус описанной около квадрата окружности равен 13. Найдите площадь квадрата.



Ответ: 338

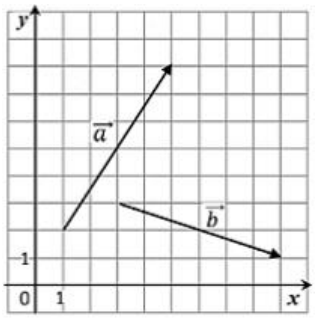
ИЛИ

Радиус вписанной в квадрат окружности $18\sqrt{2}$. Найдите диагональ квадрата.



Ответ: 72

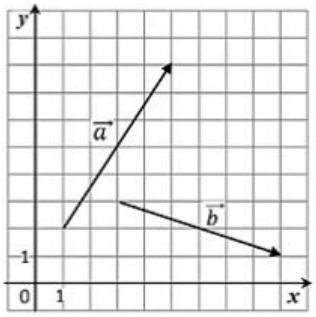
2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите их скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.



Ответ: 12

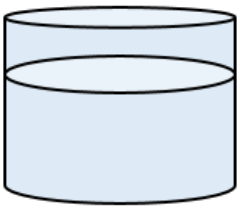
ИЛИ

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a}+3\vec{b}$



Ответ: 22

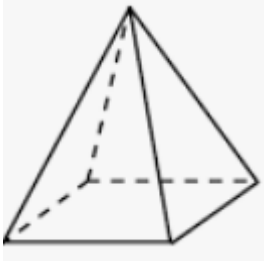
3. В цилиндрический сосуд налили 6 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,5 раза. Найдите объем детали. Ответ выразите в куб. см.



Ответ: 3

ИЛИ

Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если её высоту увеличить в 35 раз.



Ответ: 35

4. Монету бросили 20 раз. Известно, что орел выпал 9 раз. Найдите вероятность того, что при десятом по счету броске выпала решка.

Ответ: 0,55

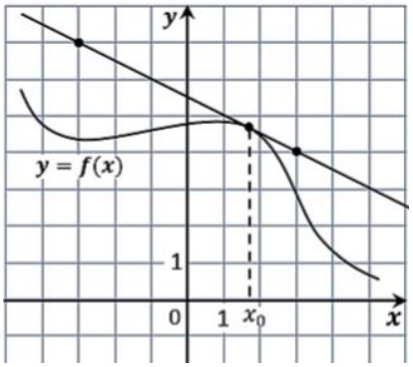
5. Решите уравнение $5^{\frac{x-1}{x+3}}=1$.

Ответ: 1

6. Преобразуйте выражение $\frac{4x^4-4(xy)^2+y^4}{(y^3-x)(y^3+x)}$ и найдите его значение при $x=\sqrt{3},\ y^2=2.$

Ответ: 3,2

7. На рисунке изображен график дифференцируемой функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке x_0. Найдите значение производной $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: -0,5

8. Найдите значение выражения $\log_2\left(\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}\right)$.

Ответ. -0,5

ИЛИ

Найдите значение выражения $\log_{12}\left(7\sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\right)$, если $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{7}$.

Ответ. 0

9. Найдите натуральное решение неравенства $\frac{\sqrt{x+1}}{5x-8}\le\cos\frac{\pi}{2}$

Ответ. 1

10. Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R=r_{\text{пок}}-\frac{r_{\text{пок}}-r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$, где $m=\frac{0,02K}{r_{\text{пок}}+0,1}$, $r_{\text{экс}}$ — средняя оценка, данная экспертами, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка, данная покупателями, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 26, их средняя оценка равна 0,68, а оценка экспертов равна 0,23

Ответ. 0,63

----------Часть-2----------

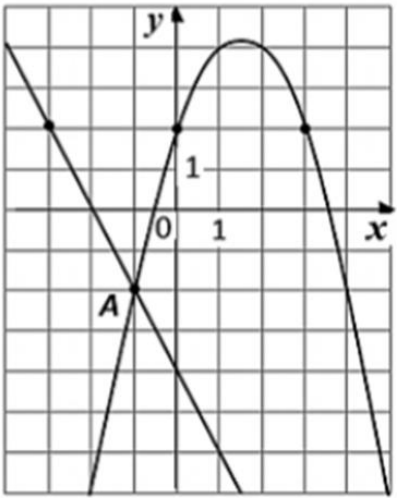
11.

На рисунке изображены графики функций $f(x)=kx+d$ и

$g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B.

а) Описывая алгоритм нахождения коэффициентов k, d, a, b, c, найдите их.

б) Найдите абсциссу точки B, пояснив способ ее определения.



Ответ:	а) k = -2; d = -4; a =-1: b = 3: c =2. б) 6.

12. На дороге, соединяющей два горных селения, нет ровных участков. Автобус едет в гору всегда со скоростью 30 км/ч, а под гору со скоростью 60 км/ч. Найдите расстояние между горными селениями, если путь туда и обратно без остановок занимает ровно 2 ч.

Ответ: 40.

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части 2**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть оформлено математически грамотно, с полным и последовательным обоснованием каждого шага рассуждения, ведущего к ответу; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Выставляется **0 баллов** за правильный ответ при отсутствии математически корректного обоснованного решения, или решения, состоящего из фрагментарных записей, несвязанных между собой рассуждений, а также за предположительно сгенерированное решение.

При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

11. Решение

а) Точки (-1;-2) и (-3;2) принадлежат графику функции $f(x)=kx+d \quad \Rightarrow$

$$\begin{cases}-k+d=-2,\\-3k+d=2;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=-2+k,\\-3k-2+k=2;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2k=4,\\d=-2+k;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-2,\\d=-4.\end{cases}$$

$f(x)=-2x-4.$

Точки (0;2), (3;2) и (-1;-2) принадлежат графику функции $g(x)=ax^2+bx+c \quad \Rightarrow$

$$\begin{cases}c=2,\\9a+3b+c=2,\\a-b+c=-2;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2,\\9a+3b=0,\\a-b=-4;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2,\\3a+b=0,\\a-b=-4;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2,\\4a=-4,\\b=-3a;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2,\\a=-1,\\b=3.\end{cases}$$

$g(x)=-x^2+3x+2.$

б) Составим систему, чтобы найти абсциссу точки B — точки пересечения графиков функций

$$\begin{cases} y = f(x) = -2x - 4, \\ y = g(x) = -x^2 + 3x + 2; \end{cases} \Rightarrow -2x - 4 = -x^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x+1)(x-6) = 0; \quad (x_A + 1)(x_B - 6) = 0 \Rightarrow x_B = 6.$$

Ответ:	а) $k = -2; d = -4; a = -1; b = 3; c = 2.$; б) $x_B = 6.$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	15
Обоснованно получен верный ответ в пункте **а** или в пункте **б.** ИЛИ получены неверные ответы из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	10
В пункте **а** правильно выполнены промежуточные действия, но решение системы не доведено до ответа.	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	15

12. Решение. Пусть при движении от первого селения ко второму, автобус проехал x км в гору и y км с горы. Тогда на обратном пути он проехал y км в гору и x км с горы. На путь в оба конца автобус затратил $\left(\frac{x}{30} + \frac{y}{60} + \frac{y}{30} + \frac{x}{60}\right)$ часов. Расстояние между селениями $(x + y)$ км. Составим уравнение и решим его $\frac{x}{30} + \frac{y}{60} + \frac{y}{30} + \frac{x}{60} = 2; \quad \frac{3x + 3y}{60} = 2; \quad x + y = 40.$ Следовательно, расстояние между селениями равно 40 км.

Ответ: 40 км.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	15
Получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	10

Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, но решение не доведено до ответа	5
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	15